Ser y pertenecer

La definición de un conjunto es siempre arbitraria. Este hecho le confiere el doble carácter de *injustificable* e *incuestionable*. Si una definición no da lugar a más de una interpretación, no se la puede objetar. Esto requiere el cumplimiento de dos condiciones: (1) que cada elemento del universo esté claramente dentro o fuera del conjunto; y (2) que el nombre del conjunto no haya sido usado para otro con una definición no equivalente.

La arbitrariedad es una cualidad de las definiciones de entes de cualquier tipo, incluidos los matemáticos. Consideremos el caso ya mencionado de los divisores naturales de 12. Si el significado de "divisor natural" no fuera claro, habría dos interpretaciones posibles.

$$A_1 = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$$

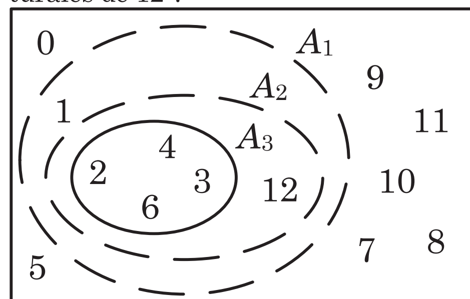
$$A_2 = \{2; 3; 4; 6; 12\}$$

Las dos enumeraciones se corresponden respectivamente con las siguientes definiciones: (A_1) *Números naturales que dividen al 12 sin dejar resto*; (A_2) *Números naturales que reducen al 12.* La segunda definición puede parecer caprichosa, pero no lo es si se atiende a la etimología de la palabra «dividir», porque la acción de dividir debería llevar siempre a obtener un cociente menor que el dividendo. Dividir por 1 es como sumar 0: en rigor, ni una cosa es dividir ni la otra es sumar. Por otra parte, el uso del mismo nombre para uno y otro conjunto invalidaría ambas definiciones; por eso aquí se recurrió a símbolos distintos, A_1 y A_2. El problema de dar una definición inequívoca de los divisores de 12, que cumpla las dos condiciones mencionadas más arriba, es una cuestión ontológica. Cualquiera de las dos definiciones dadas es válida. Se podría argumentar en favor de una u otra, pero ése no es el propósito de la ontología.

Comparando las dos definiciones dadas en el párrafo anterior, se advierte que todavía podría darse otra definición de "divisor de 12". Efectivamente, con la definición A_1 se cumple que los números que resultan de dividir 12 por cada elemento del conjunto pertenecen al conjunto: 12/1 = 12; 12/2 = 6; 12/3 = 4; 12/4 = 3; 12/6 = 2; y 12/12 =1. Con la definición A_2 esto ya no es así dado que se ha eliminado al 1, lo cual le quita simetría a la definición. La solución sería entonces eliminar también al 12.

$$A_3 = \{2; 3; 4; 6\}$$

Así se arribaría a la siguiente definición: (A_3) *Números naturales que reducen al 12 tales que los resultados de la reducción también pertenecen al conjunto.* El siguiente diagrama muestra las variantes de la definición de "los divisores naturales de 12".



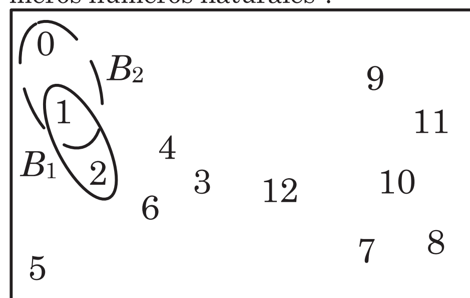
ontología

Consideremos ahora la siguiente definición: *Los dos primeros números naturales.* Esta definición deja la duda de si se debe o no considerar al cero como "número natural".

$$B_1 = \{1; 2\}$$

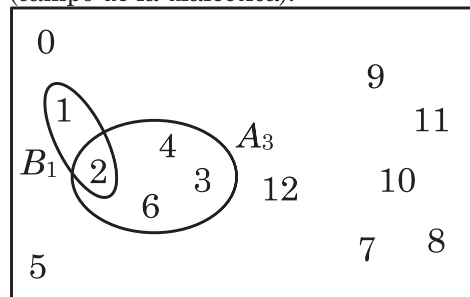
$$B_2 = \{0; 1\}$$

El siguiente diagrama muestra las variantes de la definición de "los dos primeros números naturales".



ontología

Hechas las definiciones (campo de la ontología) se puede ahora estudiar las posiciones relativas de los conjuntos (campo de la dialéctica).



dialéctica

El juego dialéctico comienza cuando en un universo hay más de una definición. La ontología hace muchas definiciones, pero una a una, sin contrastarlas, y por eso no las justifica.

Una vez elegidas las definiciones (líneas de trazo continuo) y puestas juntas en un mismo universo, se puede operar con los conjuntos. De este modo se entra en el campo de la lógica, la *filosofía tercera*. Por ejemplo, se podría preguntar qué elementos del conjunto A_3 no pertenecen a B_1. Para responderlo, hay que encontrar los elementos comunes a A_3 y $\sim B_1$, es decir, los elementos del conjunto que resulta de la operación $A_3 \cap \sim B_1$. Cada término de esta expresión corres-

(continúa en página 3)

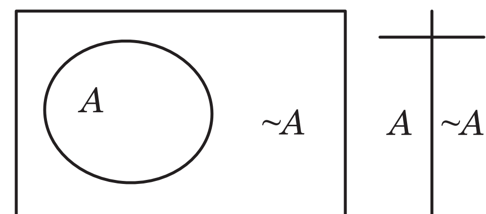
PRIMERA PLANA

Glosario de ontología

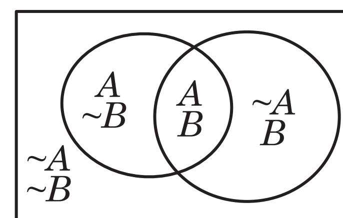
(viene de página 1)

estrechamente relacionada con la semiología, que estudia la relación de los signos con su significado. En esta última se llega al punto de no distinguir entes concretos de entes abstractos. Todos dan señales que podemos captar con los sentidos. En un conjunto podría haber un ladrillo y un número, siempre que una definición los haya puesto ahí. En ontología se podría plantear la pregunta: ¿Qué está primero, el ser o la definición? Sin embargo, esta pregunta es vana porque: un ente en el sentido **2b** no pasa a ser un ente en el sentido **2a** mientras no se aplique una definición; y una definición no es posible si no hay un universo y elementos con características comunes.

Tablas ontológicas Son tablas que pueden cumplir la función de los diagramas de Venn. En las tablas, los elementos de un conjunto están en una misma columna o fila; en los diagramas, están dentro de una línea cerrada. En ambos casos, no puede haber elementos sobre las líneas y los nombres de los conjuntos aparecen como rótulos. En el caso de un universo con una sola definición, A, las representaciones con diagrama y tabla son las siguientes.



En el caso de un universo con dos definiciones, A y B, las representaciones son las siguientes.



	A B	~A B
	A ~B	~A ~B

Las tablas con más de una definición son conocidas como *diagramas de Carroll*, en honor del escritor, matemático y lógico inglés Lewis Carroll (1832–1898).

Las tres bifurcaciones
del camino del ser

La palabra «ser», en función de verbo, tiene dos sentidos. Esto trae como consecuencia la aparición de dos cuestiones (la de existir y la de ser), a las que se agrega un dilema (el de pertenecer) que tiene su origen en los límites del universo.

El *dilema de pertenecer* se presenta cuando se ha hecho una definición dentro de un universo y puede resumirse en el enunciado siguiente: *Un elemento del universo pertenece a un conjunto o pertenece a su complementario.* Este dilema se da cuando los elementos pueden ser nombrados. Todos los elementos del universo son algo, es decir son en el sentido **1a**. [Véase el artículo de primera plana.] La situación se resume en la siguiente tabla.

dilema de pertenecer (Carroll)	
A	~*A* = *U* – *A*
ser-algo de modo directo	ser-algo de modo indirecto
pertenecer al conjunto	pertenecer al complementario

El universo es la parte del todo adonde se pone la atención.

U	*Todo*
ser-algo	ser
ser de modo concreto	ser de modo abstracto
pertenecer	existir

Los elementos del universo se muestran; fuera del universo están los elementos ocultos. Algunos de ellos pueden ser rápidamente traídos al universo, otros requieren más trabajo y de otros cabe pensar que nunca podrán entrar. Pero todos estos elementos tienen algo en común: simplemente existen, no tienen nombre. La situación se ilustra en el siguiente cuadro.

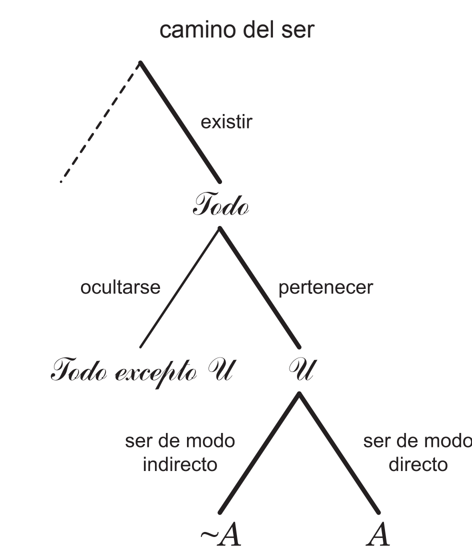
cuestión de ser (Parménides)	
U	*Todo excepto U*
ser-algo	ser pero no ser-algo
ser de modo concreto	ser de modo abstracto pero no de modo concreto
pertenecer	existir pero no pertenecer
tener nombre	existir pero no tener nombre
mostrarse	ocultarse
no ocultarse	no mostrarse
ἔστιν	οὐκ ἔστιν

Entre estos dos mundos se presenta la *cuestión de ser*, que podría plantearse así: *Un elemento del todo está en el universo y es algo* (es en el sentido **1a**) *o está fuera de él y simplemente es* (en el sentido **1b**).

Por último, todos los elementos existen: *"El ente es"*. Si dejaran de existir, dejarían de ser elementos. Serían inexistentes, en el sentido de que no hay palabra para designar a lo que no existe, como no sea este rodeo de decir "lo que no existe". La de no existir no es alternativa para un ente, sería la muerte del ente. Para los entes no hay una ley de conservación. El siguiente cuadro ilustra la *cuestión de existir*.

cuestión de existir (Jenófanes, Hamlet)	
Todo	*Nada*
lo que existe	lo que no existe
lo que es de modo abstracto	lo que no es de modo abstracto
ὡς ἔστιν	

En resumen, el *camino del ser* tiene tres bifurcaciones. La primera es la cuestión existencial, tema de interés en literatura y religión; la segunda, la cuestión esencial, tema de interés en filosofía; la última, el dilema de pertenecer, tema de interés en las matemáticas y la ciencia.

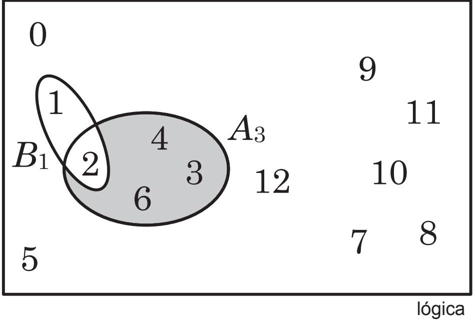


El gráfico del camino del ser resuelve uno de los enigmas del poema de Parménides. En el primer párrafo reproducido en el mismo espacio del número anterior, Parménides alude a la *primera bifurcación*. Allí habla del *ser* en sentido abstracto (**2b**), ὡς ἔστιν = *lo que es*, y lo llama «entero» y «homogéneo», porque es el único, otra vía no existe. En el segundo párrafo, alude a la cuestión de ser, es decir a la *segunda bifurcación*. Allí habla de *ocultarse*, οὐκ ἔστιν, es decir, lo que hace aquello que no se puede nombrar, contra *mostrarse*, ἔστιν, es decir, lo que hace aquello de lo que se puede decir «verdadero» (ser, en sentido **2a**).

La traducción de una obra como la de Parménides, de la cual sólo disponemos de fragmentos, muy lejana en el tiempo, que involucra conceptos propios de un idioma adquiridos al aprender a hablar, y escrita en el griego homérico, es una tarea difícil. Las tres bifurcaciones mencionadas aquí están relacionadas con otras tantas grandes preguntas, pero ése será el tema de un próximo artículo.

ARTÍCULO CENTRAL
Ser y pertenecer
(viene de página 2)

ponde a una afirmación: la primera, a la afirmación «el elemento pertenece a A_3»; la segunda, a la afirmación «el elemento pertenece a $\sim B_1$». El resultado es la región adonde valen ambas afirmaciones: $A_3 \cap \sim B_1 = \{3; 4; 6\}$.



lógica

La lógica es la parte de la filosofía que se ocupa del encadenamiento de las afirmaciones para llegar a nuevas afirmaciones. A partir del ejemplo anterior, la conclusión es: *Para ser simultáneamente dos cosas hay que ser por separado cada una de ellas.* En términos de la teoría de conjuntos, *pertenecer a dos conjuntos es pertenecer a cada uno de ellos.*

Jotajota responde
Envíe su pregunta a: jjluetich@luventicus.org

Pregunta Francisco de Monterrey (MX)

—*¿Cuál es la diferencia entre criterio y definición?*

—Definir un conjunto es agrupar elementos de un universo. Esa agrupación se puede hacer sin aplicar ningún criterio (por ejemplo, tomando elementos al azar), aplicando un criterio que no se puede formalizar (por ejemplo, de tipo estético) o aplicando un criterio que sí se puede formalizar (por ejemplo, de tipo matemático). En el primer caso, la definición sólo se puede hacer por enumeración de los elementos; en el segundo, se debe recurrir al sujeto que aplica ese criterio para que decida si un elemento pertenece o no al conjunto; en el último, cualquier seleccionador llegaría al mismo resultado. Éste es el caso más interesante, no sólo porque la definición es independiente del sujeto (o común a muchos sujetos) sino porque de definiciones de este tipo derivan los conceptos. El concepto de deporte, por ejemplo, surge de una definición hecha con un criterio expresado formalmente, que a su vez resulta de analizar una serie de casos particulares (elementos). La confrontación de definiciones de esta clase es el tema de la dialéctica.

Pregunta José Antonio de Ciudad Guayana (VE)

—*¿Por qué no es lo mismo tres que 3?*

—El primer signo, según el contexto, puede corresponder a un número indeterminado, como cuando se dice "unas tres personas". El segundo es la expresión formal (matemática) de una cantidad. En un conjunto no debe haber elementos idénticos, ni nombres distintos para un mismo elemento.